L'importanza della metafora in matematica e nella sua didattica

Silvia Sbaragli
Dipartimento Formazione e Apprendimento/SUPSI, Locarno, Svizzera
NRD, Università di Bologna

Pubblicato in: Sbaragli, S. (2016). L'importanza della metafora in matematica e nella sua didattica. In Iori M. (2016) (Ed.). *Mathematics and Mathematics Education*. International Conference, October 8, 2016, University of Bologna (Italy), 459-464.

Abstract. *In the article we are shown some characteristics of metaphor, its role in mathematics and in the processes of teaching/learning of this discipline.*

1. La regina delle figure

Le riflessioni legate alla metafora hanno accompagnato il pensiero occidentale fin dalle sue origini. Tali riflessioni si sono sviluppate in filosofia, letteratura, retorica, psicologia ecc. partendo da Aristotele fino ai giorni nostri, concependo il fenomeno metaforico come una deviazione dalla norma. «Aristotele è stato il primo a cercare di definire tecnicamente la metafora, sia nella *Poetica* sia nella *Retorica*, ma quelle sue definizioni inaugurali fanno qualche cosa di più: mostrano come essa non sia puro ornato bensì una forma di conoscenza» (Eco, 2004).
Rispetto a un linguaggio legato alla realtà, la metafora ha assunto il ruolo di strumento ricco, eversivo e incisivo.
Come sostiene Mortara Garavelli (2010): «Di tutte le figure retoriche la *metafora* è la più facile da riconoscere e la più difficile da definire. È un "meccanismo" presente in ogni lingua, a disposizione di ognuno».
Non è facile fornire una definizione sintetica e esaustiva di questa efficace figura retorica,[1] per questo per poterla comprendere in profondità occorre analizzarne le diverse caratteristiche.
La metafora, detta "la regina delle figure", può essere concepita come una "similitudine abbreviata", in quanto il procedimento che la genera corrisponde con la contrazione di un paragone: un'entità viene a identificarsi con quella

[1] Il *Webster's Third New International Dictionary* fornisce la seguente definizione di metafora: «una figura retorica in cui una parola o frase che denota letteralmente un tipo di oggetto o idea è utilizzata al posto di un'altra per suggerire una somiglianza o analogia tra loro» (http://www.merriam-webster.com/dictionary).

con cui è confrontata. Se prendiamo la frase: «Francesco è un pesce» si intende che quel tal bambino è disinvolto in acqua come un pesce. La differenza tra metafora e paragone è che nella prima le due entità vengono fuse in una, mentre nella seconda vengono mostrate separatamente le affinità e le differenze delle due entità.

La metafora può essere considerata come analogia implicita che si differenzia solo per la forma con la quale è espressa (Presmeg, 1997).

Spesso il meccanismo metaforico è azionato dalla somiglianza, dall'analogia di due entità, dall'intersezione di caratteri che le due entità hanno o si suppone che abbiano in comune; tali metafore vengono dette "metafora-similitudine". Secondo Sfard (1997) vi è però una differenza fra analogia e metafora: la metafora è associata a un atto creativo che non è riconducibile all'analogia che ne può derivare. Dell'aspetto creativo della metafora parla anche Eco (2004) quando afferma: «il talento della metafora non lo si prende a prestito da altri, e pertanto essa è materia non di mera imitazione ma di invenzione».

Va sottolineato come la forza di alcune metafore sia proprio quella di fare vedere aspetti della realtà o di ciò che vogliamo concepire al di là della realtà ed è proprio quest'ultima caratteristica ad essere indispensabile in matematica e nella sua didattica. «Trovare una metafora che renda più efficace il nostro modo di esprimerci vuol dire innanzi tutto avere idee migliori su quanto vogliamo dire, "vedere" con più chiarezza, profondità, originalità, come sono fatte le cose di cui parliamo. Una metafora riuscita può svelarci aspetti nascosti della realtà o aiutarci a inventarne di nuovi: è un altro modo di pensare, prima che di parlare o scrivere» (Mortara Garavelli, 2010).

2. L'uso della metafore in matematica e nella sua didattica

Anche se nel senso comune la metafora sembra riguardare solo l'ambito umanistico, la matematica è un linguaggio con propri contesti, metafore, sistemi di simboli e scopi.

In matematica è necessario e irrinunciabile fare uso di tali figure retoriche: "Le diagonali si tagliano a metà", "Prolungare un segmento", "Sovrapporre due figure", "Tracciare un'altezza" ecc. sono tutte metafore nelle quali si usano oggetti, verbi, relazioni legate al mondo reale per parlare di oggetti ideali, astratti, non presenti nel mondo reale. Su questo sarebbe importante riflettere con gli allievi nei diversi livelli scolastici, eppure come sostengono D'Amore e Fandiño Pinilla (2012): «Nessuno pensa mai e nessuno avvisa mai gli studenti che in matematica è obbligatorio, necessario e irrinunciabile l'uso di metafore. Esse sono usate in tanti contesti, al di là di ogni attesa, a volte nascoste nel linguaggio comune come nell'espressione "il collo della bottiglia"; assolutamente consuete nella poesia "Anche un uomo tornava al suo nido" (G. Pascoli, *X agosto*, v. 13); o nella religione: "Voi siete il sale della terra" (Matteo 5:13); ma sono assolutamente necessarie nel linguaggio della matematica: "Due rette a e b si intersecano"».

Senza l'uso di tale figura retorica sarebbe impensabile riuscire a concepire l'insegnamento-apprendimento matematico o addirittura la matematica stessa: «la metafora è centrale all'espressione del significato matematico, come all'espressione del significato nel linguaggio naturale» (Pimm, 1987).
All'interno della matematica risulta impossibile prolungare un segmento, disegnare un punto, intersecare due rette, sezionare una piramide, sovrapporre due figure ecc. non essendo oggetti concreti. Come affermano D'Amore e Fandiño Pinilla (2012): «Se uno ci pensa, questo vocabolario è, a dir poco, ridicolo; si usano parole concrete per parlare di oggetti astratti e, spesso, senza mai avvisare gli studenti di quel che si sta facendo».
Oltre all'indiscusso ruolo in ambito matematico, la metafora possiede anche una notevole ricaduta dal punto di vista didattico, anche grazie alla sua forte valenza sociale, culturale ed euristica. A tal proposito Gardner (1999) afferma: «È certo che educatori e ricercatori capaci sono costantemente impegnati nella ricerca di analogie e metafore adatte e feconde».
Sono diversi gli autori in didattica della matematica che hanno messo in evidenza una visione di tale figura come strumento cognitivo capace di creare significato piuttosto che semplicemente rappresentarlo (Lakoff, & Johnson, 1980; Sfard, 1997; Lakoff & Núñez, 2000).
Per Lakoff e Johnson (1980) la metafora rappresenta un'applicazione (in senso matematico) tra due domini concettuali, attraverso la quale uno dei due domini, il dominio obiettivo (*target domain*), è compreso in termini dell'altro, il dominio sorgente (*source domain*). La comprensione di una metafora si basa per i due autori sull'insieme delle corrispondenze tra gli elementi del dominio sorgente e gli elementi del dominio obiettivo.
Anna Sfard (1994, 2002) ha centrato la sua attenzione su quelle metafore che hanno origine nell'esperienza reale fisica, suggerendo che questa figura può giocare un ruolo centrale nel trasferire le esperienze del corpo nel mondo delle idee matematiche, consentono di trasformare determinati processi in un oggetto matematico. Le metafore possono quindi avere un ruolo centrale nel modo di agire, pensare e dunque anche di apprendere, essendo pervasive del nostro modo di ragionare.
Anche Lakoff e Núñez (2000) attribuiscono alle metafore un ruolo centrale, ritenendole uno dei meccanismi della mente umana che permette di formulare le idee matematiche e di ragionare matematicamente. La metafora concettuale è dagli autori intesa come una struttura che consente di comprendere concetti astratti in termini concreti, utilizzando idee e modelli di ragionamento fondati nel sistema senso-motorio. Il pensiero matematico fa costantemente uso di metafore concettuali, come per esempio quando concettualizziamo i numeri come punti su una retta: «La metafora concettuale è un meccanismo cognitivo che permette di ragionare su un tipo di cose come se fosse un altro. Ciò significa che la metafora non è semplicemente un fenomeno linguistico, una mera figura retorica. Piuttosto, essa è un meccanismo cognitivo che appartiene

al mondo del pensiero» (Lakoff, Núñez, 2000). Va tenuto in considerazione che la metafora concettuale rende la matematica enormemente ricca, ma può anche essere la causa di confusione se non viene chiarita e contestualizzata con consapevolezza.

Le riflessioni di Lakoff e Núñez non hanno trovato unanimità di consensi, c'è chi mette in discussione l'assunto che la matematica abbia radici linguistiche fondate sulle metafore, ma certamente la loro contestualizzazione in ambito didattico può portare utili ricadute nella riflessione sul processo di insegnamento-apprendimento della matematica.

L'inventare efficaci metafore didattiche rappresenta uno degli aspetti di creatività della professione del docente per riuscire a far comprendere e costruire cognitivamente gli oggetti matematici. Tipico è l'esempio della scuola primaria di introdurre la relazione binaria dell'uguaglianza tramite la metafora dell'equilibrio o della bilancia, mostrando anche concreti esempi. Un altro esempio sempre riferito alla scuola primaria è quello condotto da Saenz-Ludlow (2004) sull'uso della metafora basata sulla somiglianza percepita tra l'azione fisica di suddividere un oggetto in parti e l'azione mentale di dividere un numero in unità. Tale somiglianza, richiamata dal termine "dividere" utilizzato spontaneamente dagli studenti, è stata considerata in questa ricerca una metafora nella teoria peirceana dei segni che ha permesso di individuare diverse e flessibili strategie numeriche degli studenti, consentendo di spostare la loro comprensione da un ambito più strumentale a uno più relazionale. Un ulteriore interessante articolo è quello di Carreira (2001) che si concentra sui tipi di interpretazioni e di metafore che gli studenti sviluppano nell'affrontare situazioni realistiche legate al tema funzioni e su come la creazione di metafore permetta di far evolvere significati dei concetti matematici, offrendo al ragionamento degli studenti un doppio ancoraggio (o una duplicazione di riferimenti) per i concetti matematici.

Questo tipo di metafore usate in senso didattico possono avere il ruolo mostrato da Eco (2004) nel parlare di Aristotele: «Nel fare questo, e siamo al punto veramente fondamentale, le metafore *mettono la cosa sotto gli occhi* (*tõ poieîn tò prãgma prò ommátôn*). Questo *mettere sotto gli occhi* torna varie altre volte nel testo e Aristotele sembra insistervi con convinzione: la metafora non è solo un trasferimento, ma è un trasferimento che è una evidenza immediata - ma evidentemente non consueta, inattesa - grazie alla quale si vedono le cose mentre agiscono (1410b 34), le cose in atto, *energoûnta*».

Come suggerisce l'etimologia del termine, la *metafora* indica in generale un "trasferimento di significati da un luogo ad un altro" [dal greco μεταφορά (*metaforà*), comp. di μετά (*meta*), "oltre", "dopo", "tra", e φέρω (*férō*), "portare" (Nöth, 1995)].

Tra gli esempi di metafore usate in modo che il trasferimento avvenga dal mondo degli oggetti concreti al mondo degli oggetti matematici, fin dal 1997 abbiamo proposto a numerosissimi insegnanti e allievi di diversi livelli scolastici la metafora degli "occhiali della matematica", pensata come un confine, un limite, una soglia (Sbaragli, 2014). Da una parte c'è un "mondo senza gli occhiali della matematica", che è il mondo reale, di tutti i giorni, con la concretezza dei suoi oggetti, dall'altro c'è il mondo della matematica astratto e ideale, concepito tramite appositi occhiali.

Gli "occhiali della matematica" favoriscono il *necessario* "trasferimento" tra le proprietà degli oggetti concreti, le azioni e relazioni della vita reale (accessibili ai sensi) e le proprietà degli oggetti matematici (non accessibili ai sensi). Come afferma D'Amore (2000): «ogni concetto matematico ha rinvii a "non-oggetti", dal punto di vista di un realismo ingenuo; dunque la concettualizzazione non è e non può essere basata su significati che poggiano sulla realtà concreta dato che, in matematica, non sono possibili rinvii ostensivi; ogni concetto matematico è costretto a servirsi di rappresentazioni, dato che non vi sono "oggetti" da esibire in loro vece o a loro evocazione; dunque la concettualizzazione deve necessariamente passare attraverso registri rappresentativi che, per vari motivi, soprattutto se sono a carattere linguistico, non possono essere univoci: dunque, in matematica, non c'è accesso sensibile (vista, tatto, …) diretto agli "oggetti" ma solo a loro rappresentazioni semiotiche in diversi registri linguistici», è quindi qui che gioca un ruolo importante l'uso di questa metafora.

Indossando "gli occhiali della matematica" possiamo andare alla ricerca, tramite l'esperienza sensibile, delle proprietà che interessano il mondo della matematica e che a prima vista non vengono "viste" e percepite. È proprio questa mancanza di ovvietà delle proprietà da osservare tramite la metafora che ne farà cogliere la ricchezza. Come afferma Eco (2004): «Ed è ripudiata la metafora ovvia, che non colpisce affatto. Quando la metafora ci fa vedere le cose all'opposto di quanto si credeva, diventa evidente che si è imparato, e sembra che la nostra mente dica *Così era, e mi sbagliavo*».

Tramite gli "occhiali della matematica" gli oggetti astratti, non accessibili ai sensi, come gli oggetti della matematica, riescono così a "tagliarsi", "passare", "sovrapporsi", …,"esistere".

Come sostengono Font, Godino, Planas e Acevedo (2010): «L'oggetto metafora è sempre presente nel discorso dell'insegnante perché qui le entità matematiche sono presentate come "oggetti con proprietà" che possono essere fisicamente rappresentate (sulla lavagna, con materiali didattici, con gesti ecc.). (…) L'uso dell'oggetto metafora facilita il passaggio dalla rappresentazione ostensiva dell'oggetto a un oggetto ideale, non ostensivo. Quindi, l'uso di questo tipo di metafora porta a parlare di "esistenza" degli oggetti matematici. Questo uso può indurre gli studenti ad assumere che gli oggetti matematici esistano all'interno del discorso matematico (esistenza interna) e, a volte, gli studenti possono supporre che essi esistano come esistono le sedie e gli alberi (esistenza esterna, fisica o reale)».

Ovviamente la riuscita del trasferimento dipende dalle esperienze e pratiche vissute, dal processo creativo innescato, dall'osservazione di somiglianze e differenze di significativi oggetti anche apparentemente diversi, la cui percezione dipende da codici culturali. Infatti, come sostiene Nöth (1995), non si può dimenticare che le metafore non sono naturali e universali, ma culturalmente determinate.

Bibliografia

Carreira, S. (2001). Where there's a model, There's a metaphor: metaphorical Thinking in students' understanding of a mathematical model, *Mathematical thinking and learning*, *3*(4), 261–287.

D'Amore, B. (2000). "Concetti" e "oggetti" in Matematica, *Rivista di Matematica dell'Università di Parma*, *6*(3), 143-151.

D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2012). *Matematica, come farla amare. Miti, illusioni, sogni e realtà*. Firenze: Giunti Scuola.

Font, V., Godino, J.D., Planas, N., & Acevedo, J.I. (2010). The object metaphor and synecdoche in mathematics classroom discourse. *For the Learning of Mathematics.* 30(1), 15-19.

Gardner, H. (1999). *Sapere per comprendere*. Milano: Feltrinelli.

Eco, U. (2004). Aspetti conoscitivi della metafora in Aristotele, in Eco et al. (2004), *Doctor virtualis - quaderno n. 3: La metafora nel Medioevo*, (pp. 5–7), CUEM: Milano.

Lakoff, G., & Johnson M. (1980). *Metaphors we live by*. University of Chicago Press. [Ed. Italiana: (2004). *Metafora e vita quotidiana*, Milano: Bompiani].

Lakoff, G. & Núñez, R. (2000). *Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*, New York: Basic Books.

Mortara Garavelli, B. (2010). *Il parlar figurato*, Bari: Editori Laterza.

Nöth, W. (1995). *Handbook of semiotics*, Bloomington, IN: Indiana University Press.

Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically: communication in mathematics classroom*, London: Routledge & Kegan Paul.

Presmeg, N.C. (1997). Reasoning with metaphors and metonymies. In: English, L.D. (Ed.) (1997). *Mathematical reasoning: analogies, metaphors and images,* Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Saienz-Ludlow A. (2004). Metaphor and Numerical Diagrams in the Arithmetical Activity of a Fourth-Grade Class. *Journal for Research in Mathematics Education, 35*(1), 34-56.

Sbaragli, S. (2014). Una lettura didattica della metafora degli "occhiali della matematica", in D'Amore, B., & Sbaragli, S. (2014). *Parliamo tanto e spesso di didattica della matematica*, (pp. 49-56), Bologna: Pitagora.

Sfard, A. (1994). Reification as the birth of metaphor, *For the learning of mathematics, 14*(1), 44-55.

Sfard, A. (1997). Commentary: on metaphorical roots of conceptual growth, in English, L.D. (Ed.) (1997). *Mathematical reasoning: analogies, metaphors and images,* Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Sfard, A. (2002). Thinking in metaphors and metaphors for thinking, in Tall D., Thomas M. (Eds.). *Intelligence, learning and understanding in mathematics. A tribute to Richard Skemp*, (pp. 79-96), Flaxon: Post Pressed.